TÉCNICO LISBOA

# Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste 18/01/2021

LEE, LEGI, LEIC-T, LETI

1. Preencha o nome, número de aluno e curso abaixo.
2. Para garantir que todas as suas respostas são consideradas, em particular se respondeu às perguntas não sequencialmente ou se uma pergunta não está respondida em páginas consecutivas, numere as páginas do seu caderno de respostas e indique-as na linha e coluna respectivas da tabela abaixo.

Nome: ______________________________

Número: ______________ Curso: ______________

| Pergunta | Páginas | Classificação |
|---|---|---|
| I.a) | | |
| I.b) | | |
| I.c) | | |
| II. | | |
| III. | | |
| IV.a) | | |
| IV.b) | | |
| IV.c) | | |
| V. | | |

**Nota**
As perguntas são classificadas de 0 a 10, sendo a cotação de cada pergunta só considerada no momento do cálculo da classificação final.

Classificação: __________

Número de ordem: __________

Rúbrica do docente: ______________

# Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste (Versão C)    18 de Janeiro de 2021

**LEIC-T, LEGI, LETI, LEE**

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(4,5) **I.** Calcule

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\int_{x^2}^{x^4} e^{-t^2}\,dt}{x^3-x^2}.$  b) $\displaystyle\int_2^3 \frac{x^3+2x}{x^4-1}\,dx.$  c) $\displaystyle\int_{1/e}^{e} \frac{1}{x}\frac{\log x}{2+\log x}\,dx.$

(4,0) **II.** Estude, quanto a crescimento, sentido da concavidade do gráfico, extremos locais e pontos de inflexão, a função $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $g(x)=2\operatorname{arctg}(x-1)-\log(1+(x-1)^2)$.

(4,0) **III.** Calcule a área da região

$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x\operatorname{arctg}x \le y \le \frac{\pi}{3}x\right\}.$$

(4,5) **IV.** Decida se as seguintes séries são convergentes ou divergentes.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{1+n}{n+\operatorname{arctg}n}.$  b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{e^{1/n}}{n^{4/3}}.$  c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n!}{n^n}.$

(3,0) **V.** Uma função real de variável real é definida através da soma de uma série via

$$\varphi(x)=\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n^n}.$$

a) Determine o domínio de $\varphi$.

b) Mostre que $\varphi$ é estritamente decrescente numa vizinhança de $x=1$.