

Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste (Versão A) 7 de Janeiro de 2019

LEIC-T, LEGI, LETI, LEE

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(4,0) **I.** Calcule

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log x}{e^{1/x^2}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^{\sin^2 x} e^{-t^2} dt$

(5,0) **II.** Calcule

a) $\int_0^1 \frac{1 - \sin x}{x + \cos x} dx.$

b) $\int_1^2 \frac{x-1}{x^3+x} dx.$

(3,0) **III.** Calcule a área da região

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [1, 3], y \leq \log x, y \geq 1 - x, y \geq x - 3\}.$$

(5,0) **IV.** 1. Decida se as seguintes séries são convergentes ou divergentes e se possível calcule a soma de uma delas.

a) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n + 4}{4^n}.$

b) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n + 1}{(2n)!}.$

2. Determine os valores de x para os quais a série

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{1 + \pi^n}$$

é absolutamente convergente, simplesmente convergente e divergente.

(3,0) **V.** Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de classe $C^1(\mathbb{R})$ e considere a função definida por

$$\phi(x) = \int_{x+1}^{\cos x} f(t) dt.$$

a) Calcule $\phi'(x)$ e $\phi''(x)$.

b) Use a fórmula de Taylor de ϕ relativa ao ponto $x = 0$ para mostrar que, se $f(1) = 0$ e $f'(1) < 0$, então ϕ possui um mínimo relativo em 0.